

Emittanz-Diagramme und Bildfehler von Elektronenkanonen

Rolf Lauer

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt, Braunschweig

(Z. Naturforsch. **31a**, 1160–1167 [1976]; eingegangen am 1. Juli 1976)

Emittance Diagrams and Aberrations of Electron Guns

The aberration coefficients of electron guns are determined from experimental shadow curves. For this purpose the curves are mathematically described by parametric equations using the ray inclination at the cathode as a parameter. Since the shape of the shadow curves depends strongly on the grid potential, different methods are required to adapt the calculated curves to the measured curves. Using the coefficients of the mathematical representation together with measured values for the magnification between cross-over and cathode, spherical and angular aberration are calculated with an accuracy of about 20%.

1. Aufgabenstellung

In einer kürzlich erschienenen Arbeit¹ wurden Emittanzdiagramme von Elektronenkanonen experimentell bestimmt. Hierzu wurde das Schattenverfahren² benutzt, bei dem eine feine Blendenöffnung in y -Richtung und gleichzeitig die registrierende Photoplatte in x -Richtung quer durch den Strahl geschoßen wurde. Die so aufgenommenen Kurvenzüge haben S-förmige Gestalt, vgl. Abb. 2 der vorliegenden Arbeit. Aus dem Verlauf dieser Kurven können der Öffnungsfehler und die mit der Koma verbundene Winkelaberration der Elektronenkanone ermittelt werden.

Diese Fehler wurden in¹ lediglich für zwei spezielle Strahlengänge bestimmt. In der vorgelegten Arbeit soll untersucht werden, wie die Fehlerkoeffizienten von der Wehnelt-Spannung abhängen. Hierzu ist die Auswertung einer Vielzahl von Schattenkurven notwendig. Zur rationellen Gestaltung dieser Rechenarbeit wird ein Verfahren entwickelt, mit dessen Hilfe die Fehlerkoeffizienten nicht mehr aus den in die Brennfleckebene zurückgerechneten Emittanzdiagrammen, sondern direkt aus den Schattenkurven abgeleitet werden können.

2. Bildfehler und Schattenkurve

Queraberration Δy_P und Strahlneigung α' in der Brennfleckebene sind bekanntlich mit der Strahlneigung α an der Kathode und der Vergrößerung M_q' der Abbildung „Eintrittspupille → Brennfleck“ durch folgende Gleichungen verbunden:

$$\Delta y_P = M_q' C_{\delta} \alpha^3; \quad (1)$$

Sonderdruckanforderungen an Dr. R. Lauer, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Bundesallee 100, D-3300 Braunschweig, Lab. 6.21.

$$\alpha' = \sqrt{\frac{W_K}{W_A}} \frac{\alpha}{M_q'} (1 + c_a \alpha^2). \quad (2)$$

Hier ist C_{δ} die Öffnungsfehlerkonstante, c_a der Koeffizient der Winkelaberration, W_K die wahrscheinlichste Emissionsenergie, W_A die Energie im Anodenraum; bezüglich näherer Einzelheiten vgl.³. Die durch (1) und (2) eindeutig bestimmten Strahlen treffen nach Abb. 1 a die Koordinaten (x_2 , y_2) der Photoplatte, wobei

$$x_2 = m y_1 = m (\Delta y_P - p^* \alpha'); \quad (3a)$$

$$y_2 = \Delta y_P + (s^* - p^*) \alpha'. \quad (3b)$$

Durch Einsetzen von (1) und (2) folgt für diese Koordinaten als Funktion der Strahlneigung α an der Kathode:

$$x_2 = -\frac{m p^*}{M_q'} \sqrt{\frac{W_K}{W_A}} \alpha + m \left(M_q' C_{\delta} - \frac{p^*}{M_q'} \sqrt{\frac{W_K}{W_A}} c_a \right) \alpha^3, \quad (4a)$$

$$y_2 = \frac{s^* - p^*}{M_q'} \sqrt{\frac{W_K}{W_A}} \alpha + \left(M_q' C_{\delta} + \frac{s^* - p^*}{M_q'} \sqrt{\frac{W_K}{W_A}} c_a \right) \alpha^3. \quad (4b)$$

Diese Beziehungen können als Anfang einer Parameterdarstellung der Form

$$x_2(\alpha) = C_1 \alpha + C_3 \alpha^3 + C_5 \alpha^5 + \dots, \quad (5a)$$

$$y_2(\alpha) = D_1 \alpha + D_3 \alpha^3 + D_5 \alpha^5 + \dots \quad (5b)$$

für den Gesamtverlauf der Schattenkurven aufgefaßt werden.

In Abb. 1 b sind eine aufgenommene Schattenkurve und die zugehörige Parameterdarstellung $x_2(\alpha)$; $y_2(\alpha)$ wiedergegeben. Alle experimentell registrierten Schattenkurven konnten über ihre ganze aufgezeichnete Länge hinweg durch die ersten drei



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

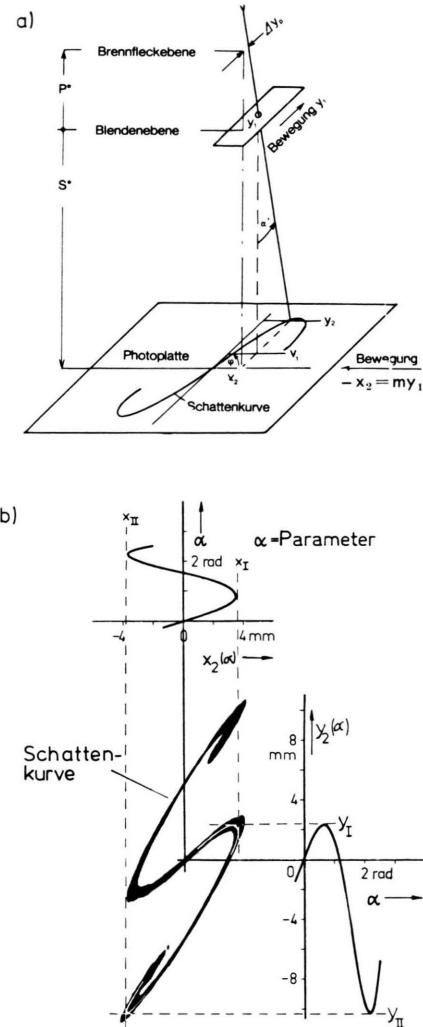


Abb. 1. a) Photographische Registrierung von Schattenkurven; b) ihre mathematische Darstellung nach Gleichung (5 a, b). ($m=5$ ist das Translationsverhältnis zwischen bewegter Photoplatte und Blende; $s^* = 337,5 \text{ mm}$.)

Glieder der Potenzreihenentwicklungen (5 a, b) in genügender Annäherung beschrieben werden. Es bestand also das Problem, die Koeffizienten C_1 , C_3 , C_5 und D_1 , D_3 , D_5 so festzulegen, daß die Schattenkurven optimal adaptiert werden. Aus den so festgelegten Koeffizienten C_3 und D_3 folgen durch Koeffizientenvergleich von (4 a, b) mit (5 a, b) unmittelbar die Öffnungsfehlerkonstante C_6 und der Koeffizient c_a der Winkelaberration dritter Ordnung:

$$C_6 = \frac{D_3 p^* + C_3 (s^* - p^*)/m}{s^* M_q'} ; \quad (6)$$

$$\frac{c_a}{M_q'} = \frac{D_3 - C_3/m}{s^*} \sqrt{\frac{W_A}{W_K}} . \quad (7)$$

Die Größen s^* und m sind Apparatekonstanten, vgl. Abbildung 1 a. Der Abstand p^* zwischen Brennfleckebene und Blende kann mit Hilfe der Gleichung

$$p^* = s^*/(1 - m \tan \varphi) \quad (8)$$

aus der Steigung $\tan \varphi$ der Schattenkurve im Koordinatensprung $x_2 = y_2 = 0$ ermittelt werden.

Die Koeffizienten C_5 und D_5 werden nicht explizit zur Bestimmung der Bildfehler der Elektronenkanone benötigt. Die Entwicklung der Schattenkurven in Polynome fünften Grades ist aber erforderlich, um die Koeffizienten dritten Grades C_3 und D_3 hinreichend genau festzulegen.

3. Die Adaption der Schattenkurven

In Abb. 2 ist eine in Abhängigkeit von der Steuerspannung ($U_W - U_{\text{sperr}}$) aufgenommene Folge von Schattenkurven wiedergegeben. Alle Kurven sind zentrale symmetrisch und daher – bei Wahl des Symmetriepunktes als Ursprung des (x_2, y_2) -Koordinatensystems – ungerade Funktionen $y_2(x_2)$, vgl. Abbildung 1 b. Es reicht daher aus, nur die Hälfte der Schattenkurve, z. B. den zu $\alpha \geq 0$ gehörigen Teil, durch die Parameterdarstellung (5) zu adaptieren.

Alle Schattenkurven haben im Koordinatenursprung $x_2(\alpha = 0) = y_2(\alpha = 0)$ einen Wendepunkt. Die Steigung $\tan \varphi$ der zugehörigen Wendetangente bestimmt das Verhältnis der gesuchten Koeffizienten C_1 und D_1 von (5) :

$$\tan \varphi = \frac{\left(\frac{dy_2}{d\alpha} \right)_{\alpha \rightarrow 0}}{\left(\frac{dx_2}{d\alpha} \right)_{\alpha \rightarrow 0}} = \frac{D_1}{C_1} . \quad (9)$$

Durch Vergleich der linearen Koeffizienten von (4 a) und (5 a) bzw. (4 b) und (5 b) folgt

$$C_1 = - \frac{m p^*}{M_q'} \sqrt{\frac{W_K}{W_A}} \quad \text{bzw.} \quad D_1 = \frac{s^* - p^*}{M_q'} \sqrt{\frac{W_K}{W_A}} . \quad (10 \text{ a, b})$$

* U_W = jeweiliges Wehnelt-Potential; U_{sperr} = Wehnelt-Sperrpotential. Die Steuerspannung wird hier anstelle der häufiger verwendeten Wehnelt-Spannung ($U_W - U_K$; (U_K = Kathodenpotential) eingeführt, weil sich die in Abhängigkeit von der Steuerspannung registrierten Formen der Schattenkurven bei einer Variation des Wehnelt-Sperrpotentials nur unwesentlich verändern.

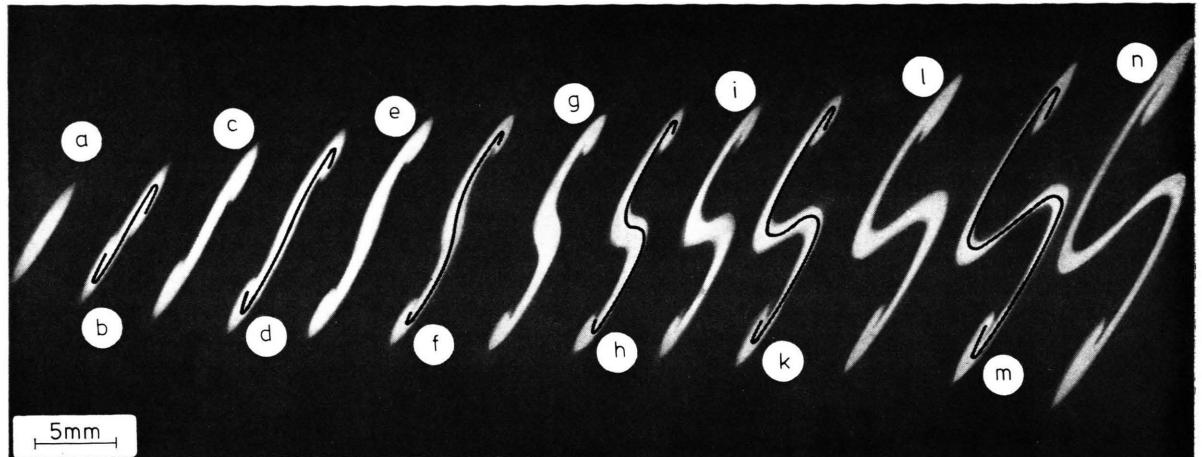


Abb. 2. Eine Schar von Schattenkurven, registriert in Abhängigkeit von der Steuerspannung ($U_W - U_{\text{Sperr}}$) mit der in Abb. 1 a skizzierten Apparatur. Die Wehnelt-Sperrspannung beträgt $(U_{\text{Sperr}} - U_K) = -132$ V; die Anodenspannung beträgt $(U_A - U_K) = 10$ kV. In jede zweite Schattenkurve ist der durch Anpassung von (5 a, b) gefundene Linienzug eingezeichnet. Die Geometrie der untersuchten Elektronenkanone ist in Abb. 4 a dargestellt.

Da hierin alle rechts stehenden Größen meßbar oder bekannt ** sind, sind die Zahlenwerte von C_1 , D_1 durch (10) bestimmt.

Wesentlich schwieriger ist es, passende Werte für C_3 , C_5 und D_3 , D_5 zu finden. Zu ihrer Ermittlung bedient man sich der Extremwerte x_I , x_{II} und y_I , y_{II} der Schattenkurven, s. Abbildung 1 b. Nach Abb. 2 besitzen die Kurven i bis n alle Extremwerte, die Kurven g und h aber nur die Extremwerte x_I , x_{II} und y_{II} , und die Kurven b bis f lediglich die Extremwerte x_{II} und y_{II} . Je nach Zahl der auftretenden Extremwerte gestaltet sich das Anpassungsverfahren, wie im folgenden gezeigt wird, verschieden.

a) Anpassung der Kurven i bis n von Abb. 2

Der Parameter α wächst längs der Schattenkurve monoton mit zunehmendem Abstand vom Koordinatenursprung $x_2 = y_2 = 0$. Die Kurven i bis n von Abb. 2 besitzen ein gemeinsames Kennzeichen: Die in Abb. 1 b bezeichneten Extremalwerte werden in der Reihenfolge y_I , x_I , y_{II} , x_{II} durchlaufen. Für die zugehörigen Parameterwerte α gilt die Ungleichung

$$\alpha(y_I) < \alpha(x_I) < \alpha(y_{II}) < \alpha(x_{II}) < \alpha_e; \quad (11)$$

** Das Vorzeichen des Abbildungsmaßstabs M_q' zwischen Brennfleck und Eintrittspupille kann nicht durch die Vermessung des Brennfleckradius bestimmt werden. Wir greifen deshalb auf das allgemein gültige, durch ⁴ belegte Ergebnis zurück, nach dem M_q' zwischen Sperrpunkt und telezentrischem Arbeitspunkt der Elektronenkanonen negativ und jenseits des telezentrischen Arbeitspunktes positiv ist.

α_e kennzeichnet hier das Ende der registrierten Kurven.

Es gilt jetzt, aus den an der Schattenkurve abgelesenen Extremwerten die gesuchten Koeffizienten C_3 , C_5 und D_3 , D_5 zu berechnen.

Da die Gln. (5 a) und (5 b) für die Kurven i bis n die gleiche Form besitzen, genügt es, zu zeigen, wie D_3 und D_5 aus y_I und y_{II} hervorgehen.

Die Parametergleichung (5 b) hat dann reelle Extremwerte $\pm y_I$ und $\pm y_{II}$ für $\alpha \geq 0$, wenn ihre gleich Null gesetzte erste Ableitung

$$dy_2/d\alpha = D_1 + 3 D_3 \alpha^2 + 5 D_5 \alpha^4 = 0 \quad (12)$$

zwei nicht verschwindende Lösungen $\alpha^2(y_I) \neq \alpha^2(y_{II}) > 0$ besitzt. Wenn $\alpha^2(y_I)$ und $\alpha^2(y_{II})$ diese Lösungen sind, erhält man durch Einsetzen in (12) und Elimination von D_5 und D_3 die gesuchten Koeffizienten

$$D_3 = - \frac{D_1 [\alpha^2(y_I) + \alpha^2(y_{II})]}{3 \alpha^2(y_I) \cdot \alpha^2(y_{II})} \quad (13 \text{ a})$$

und

$$D_5 = D_1 / 5 \alpha^2(y_I) \cdot \alpha^2(y_{II}). \quad (13 \text{ b})$$

Sie sind die Funktionen des bereits bekannten Koeffizienten D_1 und der noch unbekannten Parameterwerte $\alpha(y_I)$ und $\alpha(y_{II})$. Zur Ermittlung dieser Werte setzen wir $y_2 = y_I$ für $\alpha = \alpha(y_I)$ bzw. $y_2 = y_{II}$ für $\alpha = \alpha(y_{II})$ in (5 b) ein. Ersetzt man außerdem die Koeffizienten D_3 und D_5 durch (13a) und (13 b), so erhält man

$$y_I = \frac{2}{3} D_1 \alpha(y_I) \left[1 - \frac{1}{5} \left(\frac{\alpha(y_I)}{\alpha(y_{II})} \right)^2 \right] \text{ bzw.} \quad (14 \text{ a})$$

$$y_{II} = \frac{2}{3} D_1 \alpha(y_{II}) \left[1 - \frac{1}{5} \left(\frac{\alpha(y_{II})}{\alpha(y_I)} \right)^2 \right]. \quad (14 \text{ b})$$

Da sich dieses Gleichungssystem nicht nach $\alpha(y_I)$ und $\alpha(y_{II})$ auflösen lässt, muß ein iterativer Lösungsweg beschritten werden. Man erhält einen ersten Näherungswert α^* für $\alpha(y_I)$, indem man den zweiten Summanden in der Klammer von (14 a) vernachlässigt:

$$\alpha^*(y_I) = \frac{3}{2} y_I / D_1. \quad (15 \text{ a})$$

Da nach (11) stets $\alpha(y_{II}) > \alpha(y_I)$ ist, weicht $\alpha^*(y_I)$ höchstens um -20% vom wahren Wert ab. Um einen entsprechenden Näherungswert $\alpha^*(y_{II})$ von $\alpha(y_{II})$ zu erhalten, bilden wir durch Division von (14 a) und (14 b) das Verhältnis

$$\frac{y_{II}}{y_I} = \left(\frac{\alpha(y_{II})}{\alpha(y_I)} \right)^3 \frac{5 \alpha^2(y_I) - \alpha^2(y_{II})}{5 \alpha^2(y_{II}) - \alpha^2(y_I)}. \quad (16)$$

Anhand dieser Gleichung wurde die in Abb. 3 dargestellte Kurvenschar $\alpha(y_{II})$ als Funktion von y_{II}/y_I mit dem Scharparameter $\alpha(y_I)$ berechnet.

Zur Bestimmung von $\alpha^*(y_{II})$ sucht man an der Abszisse den Meßwert y_{II}/y_I auf und schreitet in Or-

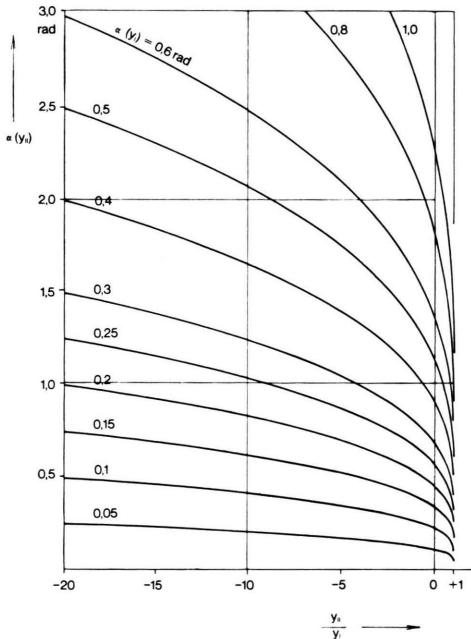


Abb. 3. Numerische Auswertung der Gleichung (16). Ausgehend von einem gemessenen Verhältnis y_{II}/y_I für die extremalen Koordinatenwerte der Schattenkurve nach Abb. 1b findet man für eine näherungsweise berechnete Strahlneigung $\alpha(y_I)$ an der Kathode mit Hilfe der zugehörigen Kurve den gesuchten Ordinatenwert $\alpha(y_{II})$. Zur Bestimmung von $\alpha(x_{II})$ geht man entsprechend vor.

dinatenrichtung fort, bis man die Kurve mit dem Parameterwert $\alpha^*(y_I)$ schneidet. Der Ordinatenwert dieses Schnittpunktes ist der gesuchte Wert $\alpha^*(y_{II})$. Setzt man $\alpha^*(y_{II})$ und $\alpha^*(y_I)$ in die Klammer von (14 a) ein, so erhält man den korrigierten Näherungswert

$$\alpha^{**}(y_I) = \frac{3 y_I}{2 D_1} \left[1 - \frac{1}{5} \left(\frac{\alpha^*(y_I)}{\alpha^*(y_{II})} \right)^2 \right]. \quad (15 \text{ b})$$

Durch erneutes Eingehen mit $\alpha^{**}(y_I)$ als Scharparameter in Abb. 3 folgt der korrigierte Wert $\alpha^{**}(y_{II})$. Weitere Iterationsschritte sind nach den bisher vorliegenden Erfahrungen nicht notwendig. Durch Einsetzen von $\alpha^{**}(y_I)$ und $\alpha^{**}(y_{II})$ in (13 a, b) folgen die gesuchten Zahlenwerte für D_3 und D_5 . Entsprechend dem hier für D_3 und D_5 beschriebenen Verfahren lassen sich C_3 und C_5 bestimmen.

Durch Einsetzen von C_1 , C_3 , C_5 und D_1 , D_3 , D_5 in (5 a, b) prüft man schließlich, wie gut die Adaption der Parameterdarstellung $x_2(\alpha)$; $y_2(\alpha)$ an die gemessene Schattenkurve gelungen ist; Beispiele sind in Abb. 2 eingezeichnet.

b) Anpassung der Kurven g und h von Abb. 2

Die Kurven g und h besitzen zwei Extrema x_I und x_{II} in x_2 -Richtung, aber nur ein Extremum y_{II} in y_2 -Richtung. Die Koeffizienten C_3 und C_5 können auch jetzt nach Angaben des vorigen Abschnitts aus x_I und x_{II} berechnet werden.

Zum Auffinden der Koeffizienten D_3 und D_5 ist anders vorzugehen, da zu ihrer Ermittlung nur eine einzige Bestimmungsgröße, nämlich y_{II} bekannt ist. Es ist jedoch, wie nachstehend beschrieben wird, möglich, den zugehörigen Parameterwert $\alpha(y_{II})$ zu finden. Setzt man diesen als bereits bekannt voraus, und geht mit dem Ansatz $y_2 = y_{II}$ für $\alpha = \alpha(y_{II})$ in (5 b) und (12) ein, so erhält man durch Eliminierung von D_5 bzw. D_3 aus diesen Beziehungen die gesuchten Bestimmungsgleichungen

$$D_3 = \frac{5 y_{II}}{2 \alpha^3(y_{II})} - \frac{2 D_1}{\alpha^2(y_{II})}, \quad (17 \text{ a})$$

$$D_5 = \frac{3 y_{II}}{2 \alpha^5(y_{II})} + \frac{D_1}{\alpha^4(y_{II})}. \quad (17 \text{ b})$$

Der tatsächliche Parameterwert $\alpha(y_{II})$ ist nach (11) kleiner als der mit Hilfe von x_I und x_{II} aus Abb. 3 graphisch ermittelte Wert $\alpha^{**}(x_{II})$. Es gilt also

$$\alpha(y_{II}) = \alpha^{**}(x_{II}) - \varepsilon; \quad \varepsilon > 0. \quad (18)$$

Zur Bestimmung von ε variiert man $\alpha(y_{II})$ solange, bis man den aus (17 a, b) errechneten D_3 - und D_5 -Werten eine optimale Anpassung der Parameterdarstellung (5 a, b) an die Schattenkurven erreicht wird. Für die Kurven g und h von Abb. 2 wurden die besten Resultate mit $\varepsilon \approx 0,025 \alpha^{**}(x_{II})$ erzielt.

c) Anpassung der Kurven b bis f von Abb. 2

Die Kurven b bis f besitzen nur noch je ein Extremum x_{II} und y_{II} . Es ist also nicht mehr möglich, eins der Koeffizientenpaare C_3 , C_5 oder D_3 , D_5 bzw. Zahlenwerte der Parameter $\alpha(x_{II})$ oder $\alpha(y_{II})$ wie in den vorangegangenen Abschnitten direkt zu berechnen. Wir versuchen daher, Näherungswerte von α zu finden. Sind diese bekannt, so berechnet man C_3 , C_5 und D_3 , D_5 nach (17) und verfeinert die erreichte Anpassung der Schattenkurve durch kleine Variation der $\alpha(x_{II})$ und $\alpha(y_{II})$ -Werte.

Nach den Ausführungen von Kap. 2 sowie nach Abb. 1 und 5 von¹ kennzeichnet der Parameter α den Emissionsort auf der Kathodenoberfläche. Aus dem speziellen Parameterwert $\alpha = \alpha_e$, an dem die Schattenkurven abbrechen, ergibt sich demnach der Rand der Kathodenkugelkappe, die vom Wehnelt-Potentialvorhang zur Emission freigegeben wird. Die Fläche dieser Kappe beträgt

$$F_K = 2\pi r_K^2 (1 - \cos \alpha_e); \quad r_K = \text{Kathodenradius}; \quad (19)$$

der emittierte Gesamtstrom I_{ges} ist proportional zu dieser Fläche.

Die zu den Schattenkurven g bis n von Abb. 2 gehörigen Parameterwerte $\alpha_e(g \dots n)$ sind durch die in den Abschnitten 3 a, b beschriebenen Anpassungen bereits bekannt. Mißt man die zugehörigen Gesamtströme $I_{\text{ges}}(g \dots n)$, ferner die zu den noch nicht adaptierten Kurven b bis f gehörigen Gesamtströme $I_{\text{ges}}(b \dots f)$, so kann man aus diesen Größen die Parameterwerte $\alpha_e(b \dots f)$ nach der Gleichung

$$\cos \alpha_e(b \dots f) = 1 - \frac{I_{\text{ges}}(b \dots f)}{I_{\text{ges}}(g \dots h)} \cdot [1 - \cos \alpha_e(g \dots h)] \quad (20)^*$$

* Dies gilt, solange der Strahlstrom noch nicht wesentlich durch Raumladung begrenzt ist. Die Raumladung senkt die effektive Emissionsstromdichte unter den Sättigungswert, so daß zu kleinen Kathodenflächen vorgetäuscht werden. Dieser Umstand kann berücksichtigt werden, indem man sowohl den raumladebegrenzten Richtstrahlwert i_R als auch den Sättigungsrichtstrahlwert i_S mißt und den korrigierten Meßwert $I_{\text{ges}}(b \dots f) i_S/i_R$ in (21) einsetzt.

berechnen. Für die gesuchten Parameterwerte $\alpha(x_{II})$ und $\alpha(y_{II})$ der Kurven b bis f von Abb. 2 reduziert sich die Ungleichung (11) auf

$$\alpha(y_{II}) < \alpha(x_{II}) < \alpha_e. \quad (21)$$

Zur Anpassung der Schattenkurve werden die zu x_{II} und y_{II} gehörigen Parameterwerte $\alpha(x_{II})$ und $\alpha(y_{II})$ zunächst untereinander gleich **, jedoch etwas kleiner als α_e aus (20) angesetzt. Die Differenz $\mu = \alpha_e - \alpha(x_{II}) = \alpha_e - \alpha(y_{II})$ ist richtig angepaßt, wenn die Haken der berechneten Kurve genau so lang sind wie die Endbögen der Schattenkurve. Zuletzt führt man, ebenso wie in (18), eine kleine Differenz ε zwischen $\alpha(x_{II})$ und $\alpha(y_{II})$ ein. Auf diese Weise kann auch die Krümmung der Endbögen richtig angepaßt werden. Für die Kurven b bis f von Abb. 2 z. B. wurden die besten Resultate mit $\mu = (0,05 \dots 0,1) \alpha_e$ und $\varepsilon = 0,02 \alpha_e$ erzielt.

4. Meßergebnisse

In Tab. 1 und in Abb. 4 sind die Auswertungsresultate der in Abb. 2 dargestellten Schattenkurven wiedergegeben. Die Ergebnisse von zwei weiteren Kurven, die bei noch größeren Steuerspannungen registriert wurden, sind hinzugefügt. Die Tabelle enthält alle zur Anpassung notwendigen experimentellen Daten und die durch Anpassung bestimmten Koeffizienten der Parameterdarstellung (5 a, b).

Abbildung 4 zeigt die Geometrie der untersuchten Elektronenkanone und, als Funktion der Steuerspannung ($U_W - U_{\text{sperr}}$) aufgetragen, die Öffnungsfehlerkonstante C_6 nach (6) sowie den reduzierten Koeffizienten der Winkelaberration c_a/M_q' nach (7). Das Anpassungsproblem wird als gelöst angesehen, wenn der nach (5 a, b) berechnete Linienzug $y_2(x_2)$ durch die Mitte der endlich breiten Schattenkurve verläuft. Dieses Ziel kann stets erreicht werden, vgl. die in Abb. 2 eingezeichneten Beispiele.

Die bei dieser Handhabung ermittelten Koeffizienten C_i und D_i , als Funktion der Steuerspannung aufgetragen, streuen allerdings stark. Das liegt hauptsächlich an der Meßunsicherheit für den Abbildungsmaßstab M_q' . Diese geht in die Koeffizienten C_1 , D_1 linear, in C_3 , D_3 in dritter Potenz und in C_5 , D_5 sogar in fünfter Potenz ein. Bei der nach

** Die Endstücke solcher Kurven sind nicht gekrümmmt, sondern haben Spitzen mit Widerhaken.

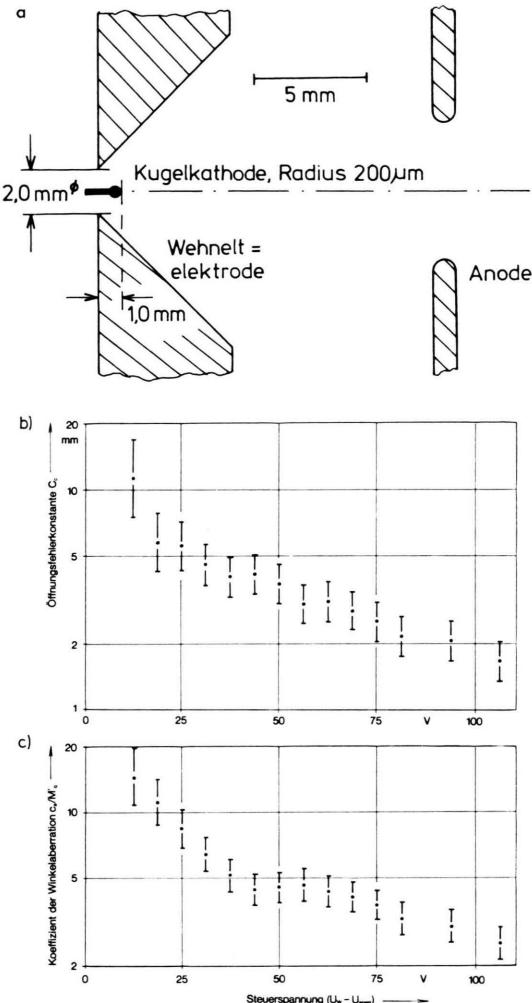


Abb. 4. a) Maßskizze der untersuchten Elektronenkanone;
b) Meßergebnisse für die Öffnungsfehlerkonstante C_0 ;
c) Meßwerte für den reduzierten Koeffizient der Winkelaberration c_a/M_q' .

Abschnitt 3 a, b durchgeföhrten Anpassungen der Schattenkurven g bis p hängt auch der Abbruchwert α_e von der M_q' -Meßunsicherheit ab. Dieser Abbruchwert soll identisch mit dem Kegelwinkel des jeweils emittierenden Kathoden-Kugelabschnitts sein. Der Kegelwinkel selbst kann nach den Ausführungen von Kap. 3 c aus dem Gesamtstrom I_{mess} berechnet werden und ist unter der Bezeichnung $\alpha_{e(mess)}$ in Tab. 1 eingetragen. Da I_{mess} wesentlich genauer als M_q' bestimmt werden kann, sind auch die $\alpha_{e(mess)}$ -Werte zuverlässiger als die aus der Anpassung hervorgegangenen α_e -Werte. Die $\alpha_{e(mess)}$ -Werte wurden daher als Referenzwerte für die Korrektur der zunächst gefundenen Koeffizienten C_i und D_i benutzt. Die verwendeten Korrekturgleichungen

$$C_{1(korr.)} = C_1 \frac{\alpha_e}{\alpha_{e(mess)}} ; \quad D_{1(korr.)} = D_1 \frac{\alpha_e}{\alpha_{e(mess)}} ; \quad (22 \text{ a})$$

$$C_{3(korr.)} = C_3 \left(\frac{\alpha_e}{\alpha_{e(mess)}} \right)^3 ; \quad D_{3(korr.)} = D_3 \left(\frac{\alpha_e}{\alpha_{e(mess)}} \right)^3 ; \quad (22 \text{ b})$$

$$C_{5(korr.)} = C_5 \left(\frac{\alpha_e}{\alpha_{e(mess)}} \right)^5 ; \quad D_{5(korr.)} = D_5 \left(\frac{\alpha_e}{\alpha_{e(mess)}} \right)^5 \quad (22 \text{ c})$$

verändern die Form der angepaßten Linienzüge $y_2(x_2)$ nach (5 a, b) nicht. Die nach (22) korrigierten C_i und D_i wurden in Tab. 1 übernommen und zur Berechnung der in Abb. 4 aufgetragenen Fehlerkoeffizienten herangezogen. Die Korrektur der linearen Koeffizienten C_1 und D_1 zieht gemäß 10 a, b) eine Korrektur der Abbildungsmaßstäbe M_q' nach sich. Diese beträgt höchstens $\pm 10\%$ und liegt damit sicher im Rahmen der Meßunsicherheit.

Auch die Koeffizienten der nach Abschnitt 3 c angepaßten Schattenkurven $b \dots f$ streuten erheblich. Zur Glättung ihres Verlaufs wurde der über C_1 und D_1 in (17 a, b) direkt eingehende Abbildungsmaßstab M_q' variiert. Die notwendigen Korrekturen von M_q' lagen auch bei diesen Kurven im Bereich von $\pm 10\%$ und veränderten die Form der angepaßten Kurven $y_2(x_2)$ nur sehr geringfügig.

Die nach (6) aus den Tabellenwerten berechnete Öffnungsfehlerkonstante C_0 nimmt nach Abb. 4 b mit zunehmender Steuerspannung ab. Die schwache Abnahme auch bei großen $(U_w - U_{sperr})$ -Werten belegt die gegenüber dem in 3 angewandten Verfahren verringerte Meßunsicherheit: Dort konnte an einer sehr ähnlichen Elektronenkanone im Wehnelt-Spannungsbereich $(U_w - U_K) = -20 \dots -80 \text{ V} \triangleq (U_w - U_{sperr}) + 130 \dots +70 \text{ V}$ keine systematische Variation der Öffnungsfehlerkonstanten festgestellt werden.

Der Koeffizient der Winkelaberration c_a wird aufgrund der Definitionsgleichung (2) unendlich, wenn der Abbildungsmaßstab M_q' gegen Unendlich strebt. Darauf wurde in Abb. 4 c der nach (7) berechnete „reduzierte Koeffizient der Winkelaberration“ c_a/M_q' aufgetragen. Diese Größe ist, wie C_0 , innerhalb des ganzen Meßintervalls positiv und fällt mit zunehmendem $(U_w - U_{sperr})$ zunächst steil und dann langsamer ab. Derselbe Verlauf von c_a/M_q' mit ähn-

Tabelle 1. Meßdaten für die in Abb. 4a dargestellte Elektronenkanone und die durch Adaption gefundenen Koeffizienten der Parameterdarstellung (5 a, b) für die Schattenkurven.

Spalten: Daten für jeweils eine fest vorgegebene Steuerspannung.

Zeilen: 1) Abstand p^* zwischen Brennfleck und Blende, vgl. Abb. 1a.

2) Kegelwinkel $\alpha_e(\text{mess})$ des emittierenden Kathodenbereichs.

3) Korrigierter Abbildungsmaßstab M_q' zwischen Brennfleck und Kathode.

4) Korrigierte Koeffizienten erster, dritter und fünfter Ordnung der angepaßten Parameterdarstellung (5 a, b).

Die Vorzeichen von C_1 und C_3 sind denen von Abb. 4 in ⁵ entgegengesetzt. Grund: In ⁵ wurde konsequent mit dem im Experiment negativen Translationsverhältnis $m = -5$ (vgl. Abb. 1a) gerechnet. In der vorliegenden Arbeit aber wurde m zur übersichtlicheren Darstellung als positiv angenommen. Da Abb. 2 Spiegelbilder der registrierten Schattenkurven wieder gibt, sind alle Abbildungen dieser Arbeit untereinander und mit den Tabellenwerten konsistent.)

Kurve $U_W - U_{\text{sperr}}$	a 6,2	c 18,8	e 31,2	g 43,8	i 56,2	l 68,8	n 81,2	o 93,8	p 106,2	V
1) p^*	-50	-40	-25	+14	-501	-131	-101	-88	-81	mm
2) $\alpha_e(\text{mess})$	0,31	0,63	0,92	1,15	1,43	1,75	2,21	2,61	3,12	rad
3) M_q'		-0,24	-0,33	-1,15	+3,47	+0,55	+0,35	+0,27	+0,22	
4) C_1		-4,17	-1,88	+0,70	+3,60	+5,99	+7,25	+8,24	+9,06	mm
D_1		-7,84	-5,45	-3,16	+1,21	+4,27	+6,30	+8,24	+9,71	mm
C_3		-18,3	-11,7	-8,79	-7,13	-6,16	-4,88	-4,09	-3,35	mm
D_3		-22,8	-13,4	-9,43	-9,52	-8,35	-6,77	-6,07	-5,02	mm
C_5		+53,8	+12,2	+4,89	+2,32	+1,25	+0,66	+0,40	+0,24	mm
D_5	nicht auswertbar	+82,5	+16,6	+6,29	+3,52	+1,90	+0,99	+0,65	+0,39	mm

lichen Zahlenwerten ist auch aus Tab. 1 von ³ zu entnehmen.

Die scharf umbiegenden Endzipfel aller Schattenkurven von Abb. 2 werden im wesentlichen durch die Koeffizienten C_5 und D_5 der Parameterdarstellung (5 a, b) erfaßt. Die zugehörigen Elektronenbahnen unterliegen einer starken Ablenkung durch die am Rande des emittierenden Kathodengebietes aufgestaute Raumladung. Es ist daher anzunehmen, daß diese den Verlauf der Schattenkurven an ihren Enden stark beeinflußt.

Vergleichende digitale Berechnungen mit und ohne Raumladungsberücksichtigung werden nach unseren Kenntnissen von anderen Autoren durchgeführt. Man darf darauf gespannt sein, zu welchen weiterreichenden quantitativen Ergebnissen diese Berechnungen führen.

5. Meßunsicherheit und Anwendungsgrenzen des Verfahrens

Die Meßunsicherheit des Verfahrens ist im wesentlichen durch die Meßunsicherheit des Abbildungsmaßstabes M_q' von $\pm 10\%$ bedingt. Diese bedingt eine maximale Unsicherheit von $\pm 46\%$ für die C_5 -Werte und eine solche von $\pm 33\%$ für die c_a/M_q' -Werte. Durch Glättung aller Kurven wird die endgültige Meßunsicherheit etwa auf die Hälfte dieser Werte herabgedrückt.

Größere Unsicherheiten können im Bereich niedriger Steuerspannung (Kurven b bis d) vorliegen. Hier wird die mittlere Emissionsstromdichte zunehmend durch Raumladung begrenzt. Daher werden auch die zur Anpassung notwendigen α_e -Werte ungenau.

Wie stark sich eine unsichere M_q' -Bestimmung auf die Ergebnisse für C_5 und c_a/M_q' auswirken kann, zeigt ein Vergleich der neuen Ergebnisse mit Abb. 5 aus ⁵. Dort wurden zur Auswertung der Schattenkurve theoretische, nach Formel (26) aus ⁴ extrapolierte M_q' -Werte herangezogen. Diese sind für niedrige $(U_W - U_{\text{sperr}})$ kleiner als die hier verwendeten Meßwerte. Die errechneten C_5 - und c_a/M_q' -Werte sind daher viel zu groß.

Das beschriebene Verfahren liefert im gesamten Steuerspannungsbereich $(U_W - U_{\text{sperr}}) \geq 12,5$ V, in dem der axiale Richtstrahlwert nicht durch Raumladung begrenzt wird, zuverlässige Ergebnisse. Mit dem früheren, auf die Messung des Austrittswinkels α' gestützten Meßverfahren ³ konnte die Öffnungsfehlerkonstante C_5 nur für große $(U_W - U_{\text{sperr}})$ mit positiven M_q' -Werten ermittelt werden. Bei negativem M_q' wurde die zu meßbaren Queraberrationen Δy_p gehörige Winkelaberration bereits so groß, daß zur Beschreibung von Δy_p als Funktion des Austrittswinkels α' ein Polynom fünften Grades erforderlich ist. Die in Abschnitt 7 der früheren Arbeit getroffene Feststellung – „„der Strahlverlauf in Elektronenkanonen ist nur in recht seltenen Fällen

vorwiegend durch Aberrationskoeffizienten dritter Ordnung gekennzeichnet“ . . . – muß daher wie folgt abgeändert werden: Die Fehlerkoeffizienten C_6 und c_a bestimmen auch bei negativen Abbildungsmaßstäben M_q' den für die Anwendung wichtigen achsennahen Strahlbereich; sie können aber mit dem früheren Verfahren nicht immer voneinander separiert werden.

Das neue Verfahren versagt erst kurz vor dem Sperrpunkt ($U_W - U_{\text{sperr}} \rightarrow 0$). Hier fließen die Äste der Schattenkurve ineinander, d. h., die Information über die kathodenseitige Strahlneigung α geht durch

Streuung in der Raumladungswolke verloren, s. Abb. 2, Kurve a. Man kann in diesen Fällen die Raumladungswolke selbst als Strahlquelle ansehen und die zugehörigen breiten und diffusen „Schattenkurven“ durch Geraden anpassen. In solchen Fällen scheinen dann alle Strahlen geradlinig von einer effektiven Strahlquelle auszugehen.

Diese Untersuchungen wurden durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft in dankenswerter Weise unterstützt. Herrn cand. phys. von der Lühe danke ich für seine Mithilfe bei der Entwicklung der Anpassungsverfahren.

¹ R. Lauer, Z. Naturforsch. **29 a**, 1291 [1974].

² K.-J. Hanßen, Z. Naturforsch. **19 a**, 896 [1964].

³ R. Lauer, Z. Naturforsch. **28 a**, 1937 [1973].

⁴ R. Lauer, Z. Naturforsch. **23 a**, 100 [1968].

⁵ R. Lauer u. K.-J. Hanßen, PTB-Bericht APh-9, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig 1975, S. 11.